

# IE-0405 MODELOS PROBABILÍSTICOS DE SEÑALES Y SISTEMAS

## Examen Parcial 1

I semestre 2015

Peter De Ford y José A. Ramírez

*Dispone de tres horas para resolver los siguientes problemas. Muestre todo el procedimiento que utilice para obtener la respuesta. Justifique cuidadosamente todos los pasos. No se aceptarán reclamos sobre exámenes hechos con lápiz y los teléfonos celulares deben apagarse durante el transcurso del examen. No se permite utilizar calculadoras programables.*

1. (Profesor De Ford, 30 puntos) Para el mundial de fútbol de Rusia 2018, la cadena de televisión ESPN pronostica, basada en estadísticas de los últimos 10 años, que los únicos 4 equipos que podrían ganar la copa son: Costa Rica ( $CR$ ), Alemania ( $AL$ ), Brasil ( $BR$ ) y España ( $ES$ ), con las siguientes probabilidades:  $P(CR) = 0,40$ ,  $P(AL) = 0,15$ ,  $P(BR) = 0,20$ , y  $P(ES) = 0,25$ , respectivamente. Dado que en los últimos mundiales han habido muchos jugadores expulsados, la FIFA (quien organiza el mundial) decidió que va a dar un premio de juego limpio ( $L$ ) al campeón si este gana el mundial sin tener jugadores expulsados (si el campeón gana teniendo jugadores expulsados se dice que cometió juego sucio ( $S$ )).

ESPN pronostica que la probabilidad de que Costa Rica obtenga el premio de juego limpio ( $L$ ) dado que gana el mundial es:  $P(L|CR) = 0,3$ . Así mismo, para los demás países, pronostican:  $P(L|AL) = 0,8$ ,  $P(L|BR) = 0,5$ , y  $P(L|ES) = 0,3$ .

- a) (3 pts.) ¿Son  $CR$  y  $AL$  eventos independientes? Justifique su respuesta.
- b) (3 pts.) ¿Son  $L$  y  $S$  eventos mutuamente excluyentes? Justifique su respuesta.
- c) (4 pts.) Obtenga la probabilidad de que la FIFA no otorgue al campeón el premio de juego limpio.
- d) (4 pts.) Calcule la probabilidad de que un equipo de América ( $AM$ ) gane el mundial obteniendo el premio de juego limpio.
- e) (8 pts.) Calcule la probabilidad de que dado que el campeón ganará el premio de juego limpio, este sea de Europa ( $EU$ ).
- f) (8 pts.) Elabore cuidadosamente un diagrama de Venn que incluya al menos los siguientes eventos:  $\{CR \cap L, CR \cap S, AL \cap L, AL \cap S, BR \cap L, BR \cap S, ES \cap L, ES \cap S\}$ , con sus respectivas probabilidades.

2. (Profesor De Ford, 20 puntos) Mariano anda buscando una novia. Para esto, usa una aplicación de teléfono móvil que ayuda a buscar pareja. Dado su perfil de usuario en la aplicación (foto, descripción, etc.), cada vez que solicita una cita a una mujer, tiene un 30% de probabilidad de ser aceptada. Mariano solicita citas a 9 mujeres, esperando obtener entre 3 y 5 (ya que 2 o menos son muy pocas, y 6 o más son muchas para su ocupado horario).
- a) (8 pts.) ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga entre 3 y 5 citas?
  - b) (4 pts.) Mariano consiguió 4 citas en total. La probabilidad de que obtenga novia después de una cita es de 10%, ¿cuál es la probabilidad de que después de las 4 citas obtenga únicamente una novia?
  - c) (8 pts.) Mariano consiguió al final una única novia, sin embargo, terminó con ella después de siete años, por lo que decidió repetir el experimento. Esta vez, solicitó citas a 100 mujeres, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que consiga exactamente 31 citas?
3. (Profesor Ramírez, 30 pts.) El número de carros que pasan por una calle sigue una distribución Poisson con una tasa de 5 carros por minuto.
- a) (8 pts.) El perro Bobby cruza la calle sin fijarse y tarda aproximadamente 10 segundos haciéndolo. ¿Cuál es la probabilidad de que lo atropellen?
  - b) (8 pts.) Suponga que Camila, la mamá de Bobby, es un perra experimentada en evadir carros y logra cruzar la calle aún si un carro pasa. Sin embargo Camila no puede evadir dos o más carros. ¿Cuál es la probabilidad de que la atropellen?
  - c) (8 pts.) Con el fin de ayudar a la familia canina, se instala un detector de tráfico en la calle mencionada para medir cuantos carros pasan en un intervalo de 10 segundos. Sin embargo, por restricciones de memoria el aparato solo puede detectar el paso de 0, 1, 2, 3 ó 4 carros en 10 segundos. Es decir, si pasan más de cuatro carros solo se registran 4. Sea  $X$  el número detectado de carros. Encuentre una fórmula y grafique la función de distribución de probabilidad de  $X$ .
  - d) (6 pts.) Repita el ejercicio anterior para la función de densidad de probabilidad de  $X$ .

4. (Profesor Ramírez, 20 pts.) Se desea medir el voltaje  $V$  un un cierto terminal. Sin embargo la medición obtenida  $V_0$  está contaminada por ruido  $X$  de modo que  $V_0 = V + X$ . Sabemos que el ruido sigue una distribución normal de media 0.1 voltios y desviación estándar 0.05 voltios. Suponga que se tiene que  $V_0 = 3,25$  voltios.
- a) (10 pts.) El sistema se daña si el voltaje  $V$  es superior a 3.5 voltios. Calcule la probabilidad de que el sistema se dañe.
- b) (10 pts.) El intervalo recomendado de operación del sistema es  $2,825 \leq V \leq 3,175$ . Calcule la probabilidad de que el sistema esté trabajando en su intervalo recomendado.

*¡Buena suerte!*